

## **KMA/SZZRK Reálná a komplexní analýza**

- 1. Prostory spojitých funkcí** (prostory spojitých, spojitě diferencovatelných funkcí a Hölderovsky spojitých funkcí, vnoření, regularizátory).
- 2. Lebesgueovy a Sobolevovy prostory** (definice, pojem slabé derivace, věty o stopách, vnoření).
- 3. Míra a měřitelné funkce** (definice míry, vnější a zobecněné míry, vlastnosti měr, Hahnův rozklad, měřitelné funkce a jejich vlastnosti, jednoduché funkce, typy konvergence měřitelných funkcí).
- 4. Lebesgueův integrál** (definice, záměna limity a integrálu, Radon-Nikodimova věta, Fubiniova věta).
- 5. Stieltjesův integrál** (definice, funkce s konečnou variací, Jordanův rozklad a Hellyova věta, regulované funkce, funkce absolutně spojitě, Bolzano-Cauchyova podmínka existence integrálu, Saks-Henstockovo lemma, konvergenční věty, věta o substituci, integrace per-partes).
- 6. Křivkové integrály v komplexní rovině** (rezidua, Cauchyova věta, Cauchyův vzorec, holomorfní funkce, primitivní funkce).
- 7. Taylorovy a Laurentovy řady** (derivace komplexní funkce, holomorfní funkce, izolované singularity, rozvoje funkcí v řadu).
- 8. Fourierova transformace a její aplikace** (definice, vlastnosti, aplikace v PDR, aplikace na distribuce).

**1. Lineární normované prostory a lineární operátory** (Banachovy prostory, Hilbertovy prostory, příklady prostorů, prostory lineárních operátorů, duál, reflexivní prostory, silná a slabá konvergence).

**2. Prostory se skalárním součinem a Fourierovy řady** (Hilbertův prostor, Schwartzova nerovnost, ortogonální řady, Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost, Fourierova řada, Rieszova věta).

**3. Typy operátorů ve funkcionální analýze** (spojitý, lineární, hermiteovský, normální, konečně dimenzionální, kompaktní, totálně spojitý operátor).

**4. Kompaktnost ve funkcionální analýze** (kompaktní množiny, relativně kompaktní množiny, prekompaktní množiny, kompaktní operátor, zobecnění Brouwerovy věty na Schauderovu větu a Schauderův princip, kompaktnost jednotkové koule v různých topologiích).

**5. Základní věty funkcionální analýzy** (Hahn--Banachova věta, Banachova věta o otevřeném zobrazení, věta o uzavřeném grafu, princip stejnoměrné omezenosti, Banachova alternativa).

**6. Fredholmovy operátory a Fredholmovy věty** (Fredholmův operátor, anihilátory, Fredholmova alternativa, druhá a třetí Fredholmova věta, použití u lineárních integrálních rovnic).

**7. Věty o pevném bodě** (Banachova věta, stupeň zobrazení, Brouwerova věta, Schauderova věta, Schauderův princip).

**8. Spektrální teorie lineárních operátorů** (spektrum a bodové spektrum lineárního spojitého operátoru, spektrum kompaktního operátoru v Banachově prostoru, Banachovy algebry, Hilbert--Schmidtova spektrální věta).

**9. Diferenciální počet v lineárních normovaných prostorech** (Gateauxova derivace, Fréchetova derivace, ostrá diferencovatelnost, věta o střední hodnotě, věta o implicitní funkci, Clarkeův subdiferenciál).

## **KMA/SZZDI      Diferenciální a integrální rovnice**

- 1. Počáteční úloha ODR** (klasická a Carathéodoryho teorie, existence a jednoznačnost řešení, závislost na počátečních podmínkách a parametrech).
- 2. Stabilita řešení ODR** (typy stability řešení, kriteria Ljapunovské stability pro lineární soustavy, metoda linearizace nelineárních soustav, Ljapunovovy věty).
- 3. Lineární diferenciální rovnice a systémy** (existence, jednoznačnost, báze řešení, fundamentální matice, variace konstant).
- 4. Okrajové úlohy ODR** (klasická a Carathéodoryho teorie, Greenova funkce, operátorový tvar okrajové úlohy, rezonance, užití vět o pevném bodě).
- 5. Zobecněné lineární diferenciální rovnice** (Kurzweil-Stieltjesův integrál, věta o substituci, existence a jednoznačnost řešení zobecněných diferenciálních rovnic v prostoru regulovaných funkcí, variace konstant, diferenciální rovnice s impulzy).
- 6. Integrální rovnice** (rovnice s degenerovaným jádrem, souvislost s lineární algebraickou soustavou, rovnice s malým jádrem, souvislost s kontraktivním operátorem v Banachově prostoru, rovnice se symetrickým jádrem, souvislost se samoadjungovaným kompaktním operátorem v Hilbertově prostoru).
- 7. Klasické metody PDR** (metoda separace proměnných, D'Alambertova metoda pro vlnovou rovnici, řešení rovnice vedení tepla pomocí Fourierovy transformace, principy maxima, harmonické funkce).
- 8. Eliptické PDR** (slabé řešení, Lax-Milgramova věta, operatorový prepis, vazba s variační úlohou, vlastní čísla).
- 9. Parabolické PDR** (slabé řešení, Galerkinova metoda, Rotheho schéma, semigrupy).

## KMA/SZZDS      **Dynamické systémy a jejich aplikace**

**1. Kritické body dynamických systémů** ( spojité dynamické systémy na reálné přímce a v rovině, orbity a fázové portréty, limitní množiny, hyperbolické a nehyperbolické kritické body).

**2. Lineární planární autonomní systémy s konstantními koeficienty** (kanonické tvary, klasifikace fázových portrétů, globální topologická ekvivalence).

**3. Nelineární planární autonomní systémy** ( věta o lokálním toku, věta Grobman-Hartmanova, linearizace, lokální topologická ekvivalence).

**4. Stabilita kritických bodů** (typy stability, nestabilita, asymptotická stabilita z linearizace, nestabilita z linearizace, Ljapunovova věta, Četajevova věta, stabilní a nestabilní variety).

**5. Bifurkace** (elementární bifurkace skalárních dynamických systémů – sedlová, vidlová, transkritická, hysterezní, bifurkace planárních dynamických systémů, centrální variety).

**6. Periodické orbity** (periodické orbity a limitní cykly, Poincaré-Bendixsonova věta, Poincarého zobrazení, stabilita periodických orbit).

**7. Populační modely typu kořist-dravec** (odvození základních konzervativních modelů bez vnitrodruhové konkurence a modelu s konkurencí, fázové portréty a jejich interpretace).

**8. Modely matematického kyvadla** (odvození konzervativního modelu bez tlumení a modelu s tlumením, fázové portréty a jejich interpretace).

**9. Diskrétní dynamické systémy I** ( logistická zobrazení, deterministický chaos).

**10. Diskrétní dynamické systémy II** (iterační systémy funkcí, fraktály).